THERMODYNAMIQUE des GAZ PARFAITS

1

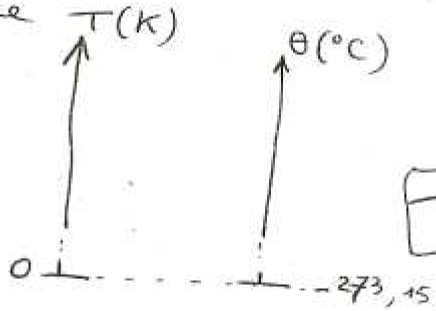
1) Loi des gaz parfaits.

pression, volume, quantité de matière, température absolue

$$\boxed{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}$$

P → Pa ; V → m^3 ; n → mol ; T → K (Kelvin) ; R → constante des gaz parfaits 8,31 $m^3.Pa.K^{-1}$ (S.I)

2) température



$$\boxed{T = \theta + 273}$$

3)

$T_1 = \theta_1 + 273 = 288\ K$

$T_2 = \theta_2 + 273 = 303\ K$

$$\boxed{n = \frac{P_1 \cdot V}{R \cdot T_1}}$$

($V = 3 \times 5 \times 6 = 90\ m^3$)

$P_1 = 101\,300\ Pa$

a- $n \simeq 3809{,}4\ mol$

b- $m = n.M \simeq 1105\ kg$

4)

$$\boxed{P_2 = n\ \frac{R \cdot T_2}{V}}$$

le volume $V = 90\ m^3$ ne change pas.

$P_2 \simeq 106\,576\ Pa$

Autrement
$PV = nRT$
$n = \frac{PV}{RT}$ invariable
$\frac{P_1 \cdot V}{R \cdot T_1} = \frac{P_2 \cdot V}{R \cdot T_2}$
$P_2 = P_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \simeq 106\,576\ Pa$

2

1) $M = \frac{m}{n}$

$n = \frac{P.V}{R.T}$

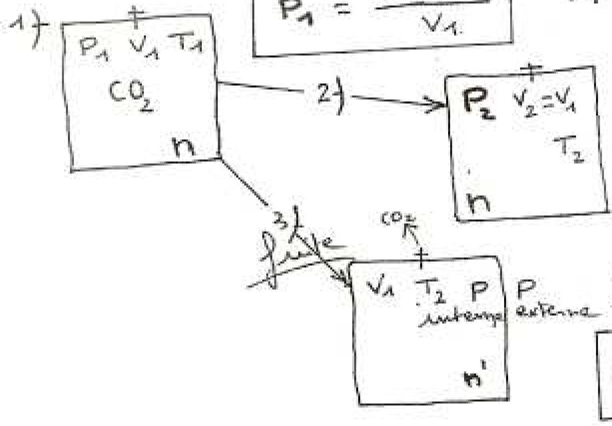
$$\boxed{M = \frac{R.T.m}{P.V}}$$

$M \simeq 28\ g.mol^{-1}$

2) c'est du diazote N_2

③

$$\boxed{P_1 = \frac{n.R.T_1}{V_1}} \qquad P_1 \simeq 113\ 549\ Pa$$



$$P_2 = \frac{n.R.T_2}{V_2} = P_1 . \frac{T_2}{T_1} \simeq 155\ 119\ Pa$$

(pression atmosphérique)

$$\boxed{n' = \frac{P.V_1}{R.T_2}} \qquad n' \simeq 0,32 \text{ mol}$$

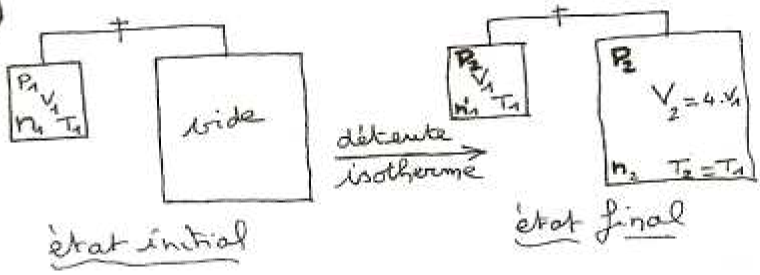
« une bouteille de gaz ... vide ! contient encore du gaz ! »

④ $P.V = n.R.T$

$$V = \frac{n.R}{P}.T$$

$$\boxed{\Delta V = \frac{n.R}{P}.\Delta T} \qquad \Delta V \simeq 6,65.10^{-7}\ m^3$$

⑤



1) $$P_2 = \frac{n_1.R.T_1}{(V_1 + V_2)}$$

$$n_1 = \frac{P_1.V_1}{R.T_1}$$

$$P_2 = \frac{P_1.V_1/R.T_1 \cdot R.T_1}{(V_1+V_2)}$$

$$= \frac{P_1.V_1}{V_1+V_2} = \frac{P_1.V_1}{5.V_1}$$

$$\boxed{P_2 = \frac{P_1}{5}} \qquad = 0,6 \text{ bar}$$

2) $$n'_1 = \frac{P_2.V_1}{R.T_1} \simeq 0,0176 \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{P_2.V_2}{R.T_1} \simeq 0,0705 \text{ mol}$$

$n'_1 + n_2 \simeq 0,0881$ mol (n_1) ... c'est bon !
vérifions $n_1 = \frac{P_1.V_1}{R.T_1}$

⑥ 1) $$V_0 = n\,R\,\frac{T_0}{P_0} \simeq 22,4.10^{-3}\ m^3.mol^{-1} \quad (22,4\ L.mol^{-1})$$

2) $V = V_0.(1+\alpha.\Delta T)$ $\qquad V \simeq \underline{29,0\ L.mol^{-1}}$

7

1) n, la quantité de matière, reste constante

$$\frac{P_0 . V_0}{T_0} = n . R = \frac{P . V}{T} \qquad \rho_0 = \frac{m}{V_0} \qquad \rho = \frac{m}{V} \qquad V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho_0}$$

$$\frac{P . V}{T} = \frac{P_0 . V_0}{T_0}$$

$$\frac{P . \cancel{m}}{\rho . T} = \frac{P_0 \cancel{m}}{\rho_0 . T_0}$$

$$\boxed{\rho = \rho_0 . \frac{T_0}{T} . \frac{P}{P_0}}$$

2)

a) $\rho_0 = \rho . \frac{T}{T_0} . \frac{P_0}{P} \simeq 0{,}14375 \ kg.m^{-3}$ $(0{,}14375 \ g.L^{-1})$

$\rho = \frac{m}{V}$

b) $M = \frac{R.T.m}{P.V} \simeq 4 \ g.mol^{-1}$ c) c'est de l'hélium : He

$d = \frac{M}{29} \simeq 0{,}14 \ldots$ d) $d_{H_2} = \frac{M_{H_2}}{29} \simeq \frac{2}{29} \simeq 0{,}07$

(ballons gonflés à l'He ...etc ...) ← (l'hélium est un gaz inerte ; seulement H_2 est un très bon combustible ... familiale)

8

1) $P . V_1 = n . R . T_1$

$$\boxed{T_1 = \frac{P . V_1}{n . R}} \simeq 240{,}6 \ K$$

$$n = \frac{m(N_2)}{M(N_2)}$$

2) $$\boxed{\rho_1 = \frac{m}{V_1}} \simeq 1{,}4 \ kg.m^{-3}$$

3) $\left.\begin{array}{l} P.V_1 = n.R.T_1 \\ P.V_2 = n.R.T_2 \end{array}\right\} \frac{P.V_1}{T_1} = n.R = \frac{P.V_2}{T_2}$ soit $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$$\boxed{V_2 = V_1 . \frac{T_2}{T_1}} \simeq 6{,}65 \ L$$

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} \simeq 0{,}84 \ kg.m^{-3}$$

9

$d° = H_r = \frac{P}{P_S}$ $\qquad P = H_r . P_S$ $\left(P_S = \frac{101\,325 \times 1{,}75}{76} \simeq 2333 \ Pa\right)$

$$P . V = n . R . T$$

$$n = \frac{P . V}{R . T} = \frac{H_r . P_S . V}{R . T}$$

$(V = L . l . h)$

masse d'eau $\qquad m = n . M(H_2O)$

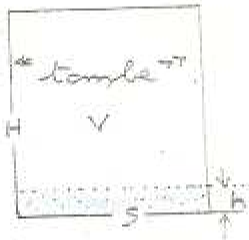
$$\boxed{m = \frac{H_r . P_S . V . M}{R . T}} \quad m \simeq 827{,}44 \ g$$

10

$$n = \frac{P.V}{R\,T}$$

$$\left(P = \frac{101\,325 \times 0{,}458}{76} = 610{,}616\ \text{Pa}\right)$$

Volume de l'air, au sol surface S sur laquelle l'eau



$V = S.H$
H : altitude.

masse des précipitations $m = n\,.\,M(H_2O)$

$m = \rho\,.\,v$ volume d'eau au sol.

$v = S\,.\,h$ hauteur de précipitation

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.v}{M} = \frac{\rho.S.h}{M}$$

$$\frac{\rho.S.h}{M} = \frac{P.S.H}{R\,T}$$

$$\boxed{h = \frac{P.H.M}{R.\rho.T}} \qquad h = 48{,}4\ \text{mm}$$

11 compresseur

1) $P_1.V = n_1.R.T$

après le 1° refoulement $(n_1 = n + n_0)$

$$P_1.V = (n+n_0).R.T$$
$$= n.RT + n_0.RT$$
$$= P_0.V + P_0.V_0$$
$$\boxed{P_1.V = P_0.(V+V_0)}$$

2) $P_2.V = n_2.R.T$

après le 2° refoulement $(n_2 = n + 2.n_0)$

$$P_2\,V = (n+2.n_0).R.T$$
$$= n.R.T + 2\,n_0.RT$$
$$= P_0.V + 2\,P_0.V_0$$
$$\boxed{P_2.V = P_0.(V+2V_0)}$$

3) après le $k^{ième}$ refoulement

$$P_k.V = P_0.(V + k.V_0)$$
$$P_k = P_0.\left(\frac{V+k.V_0}{V}\right)$$
$$\boxed{P_k = P_0.\left(k.\frac{V_0}{V} + 1\right)}$$

4)

$$k.\frac{V_0}{V} + 1 = \frac{P_k}{P_0} = 7$$
$$k.\frac{V_0}{V} = 6$$
$$\boxed{k = 6.\frac{V}{V_0}}$$

$k = 900$ coups

12

1) a- $n(Ne) = \frac{m}{M(Ne)} = 0{,}4\ mol$ $\qquad n(Cl_2) = \frac{m}{M(Cl_2)} = 0{,}1\ mol$

$n_{totale} = 0{,}5\ mol\ (n_{Ne} + n_{Cl_2})$

b) $x_{Ne} = \frac{n(Ne)}{n_{totale}} = 0{,}8\ (80\%)$ $\qquad x_{Cl_2} = \frac{n(Cl_2)}{n_{totale}} = 0{,}2\ (20\%)$

2) a- $m_{totale} = m_{Ne} + m_{Cl_2} = 15{,}18\,g$

b- $M_{mélange} = \frac{m_{totale}}{n_{totale}} = 30{,}36\ g.mol^{-1}$

$M_{mélange} = \sum_i x_i . M_i = 0{,}8 \times 20{,}2 + 0{,}2 \times 71 =$

3) $\rho = \frac{m}{V} = 1{,}518\ g.L^{-1}$

$d = \frac{M_{mélange}}{29} \simeq 1{,}05$

4)

a- $P.V = n_{totale}.R.T \longrightarrow P = \frac{n_{totale}.R.T}{V}$

$\rho = \frac{M.P}{RT} \longrightarrow P = \frac{\rho.R.T}{M}$

$\Big\}\ 124710\,Pa$

b- $P_{Ne} = x_{Ne}.P = 99768\,Pa$ $\qquad P_{Cl_2} = x_{Cl_2}.P = 24942\,Pa$

(ou)

$P(Ne) = P_1 = n_1.R.\frac{T_0}{V_0} = R.\frac{m_1}{M(Ne)}.\frac{T_0}{V_0} \simeq 99\,768\ Pa$

$P(Cl_2) = P_2 = n_2.R.\frac{T_0}{V_0} = R.\frac{m_2}{M(Cl_2)}.\frac{T_0}{V_0} \simeq 24\,942\ Pa$

pressions partielles

13

$$n_1 = \frac{P_1 . V_1}{R . T_1}$$

G_1 : $P_1 \; V_1 \; T_1$

G_2 : $P_2 \; V_2 \; T_2$

$$n_2 = \frac{P_2 . V_2}{R . T_2}$$

mélange → $P \; V \; T$; $(n_1 + n_2)$

$$P = \frac{(n_1 + n_2) . R . T}{V}$$

$$= \frac{\left(\frac{P_1 . V_1}{R . T_1} + \frac{P_2 . V_2}{R . T_2}\right) . R . T}{V}$$

$$P = \frac{\left(P_1 . V_1 / T_1 + P_2 . V_2 / T_2\right) . T}{V}$$

$\simeq 2{,}395$ atm

14

1) $n_1 = \dfrac{P_1 . V_1}{R . T_1}$ — 0,16 mol — He ($P_1 V_1 T_1$)

$n_2 = \dfrac{P_2 . V_2}{R . T_2}$ — 0,08 mol — Ar ($P_2 V_2 T_2$)

mélange $P_3 \; V_3 \; T_3$ — $(n_1 + n_2) \rightarrow 0{,}24$ mol

pression partielle de l'hélium

p.p. de l'argon

2) $T_3 = \dfrac{P_3 . V_3}{n . R}$

$n = n_1 + n_2 = \dfrac{1}{R} . \left(\dfrac{P_1 . V_1}{T_1} + \dfrac{P_2 . V_2}{T_2}\right)$

$$\boxed{T_3 = \frac{P_3 . V_3}{\frac{P_1 . V_1}{T_1} + \frac{P_2 . V_2}{T_2}}}$$

$T_3 \simeq 500$ K $\left(\dfrac{P_3 . V_3}{n . R}\right)$

3) $x_1 = \dfrac{n_1}{n} \simeq 0{,}67$ (67%)

$x_2 = \dfrac{n_2}{n} \simeq 0{,}33$ (33%)

4) $P_1 = x_1 . P$ $\simeq 0{,}667$ bar

$P_2 = x_2 . P$ $\simeq 0{,}333$ bar

ou

$$P_1 = \frac{n_1 . R . T_3}{V_3} = \frac{\frac{P_1 . V_1}{R . T_1} . R . T_3}{V_3}$$

$$P_2 = \frac{n_2 . R . T_3}{V_3} = \frac{\frac{P_2 . V_2}{R . T_2} . R . T_3}{V_3}$$

$$\boxed{P_1 = P_1 . \frac{V_1}{V_3} . \frac{T_3}{T_1}} \simeq 0{,}667 \text{ bar}$$

$$\boxed{P_2 = P_2 . \frac{V_2}{V_3} . \frac{T_3}{T_2}} \simeq 0{,}333 \text{ bar}$$

15

$P_1 = 1\,atm,\ V_1 = 1\,m^3,\ T_1 = 300\,K \xrightarrow[\text{isotherme}]{\text{transformation}} P_2 = 5 \cdot P_1,\ V_2,\ T_2 = T_1 = 300\,K$

a)

$V_2 = V_1 \cdot \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{5} = 0{,}2\,m^3$

b) transformation isobare

$P_3 = P_2 = 5\,atm$

$T_3 = 400\,K$

$V_3 = V_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} \simeq 0{,}267\,m^3$

(on peut aussi écrire $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$)

c) transformation adiabatique

$V_4 = \frac{P_3}{P_4} \cdot \frac{T_4}{T_3} \cdot V_3 = 0{,}6\,m^3$

$T_4 = 360\,K$

$P_4 = 2\,atm = 2\,P_1$

d) $\boxed{n = \frac{P_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1}}$ ou $\frac{P_2 \cdot V_2}{R \cdot T_2}$ ou $\frac{P_3 \cdot V_3}{R \cdot T_3}$ ou $\frac{P_4 \cdot V_4}{R \cdot T_4}$

Pa, m^3, mol, K

$n = 40{,}6\ mol \quad m(O_2) = n \cdot M(O_2) \simeq 1{,}3\,kg$

16

- $P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$
- $P_1 \cdot V_1 = n.R\,T_1$ et $P_2 \cdot V_2 = n.R \cdot T_2$

  $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = nR = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

éliminons V_1 et V_2

1) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}$ et $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$ ou $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-1/\gamma}$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-1/\gamma}}$$

(ou)

$\left(P_1^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} \cdot T_2^{\gamma}\right)$

3)

a- par exemple si $T_1 = 273\,K$, $P_1 = 100\,atm$, $P_2 = 1\,atm$ et $\gamma = 1{,}4$

$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-1/\gamma} = 73\,K$ $(-200°C)$

c'est pourquoi on peut produire de la neige carbonique solide en détendant du CO_2 gazeux fortement comprimé.

2) éliminons P_1 et P_2

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}$ et $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \cdot \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

(ou)

$\left(V_1^{\gamma-1} \cdot T_1^{\gamma} = V_2^{\gamma-1} \cdot T_2^{\gamma}\right)$

b- par exemple si $T_1 = 273\,K$ et $\gamma = 1{,}4$ et si on comprime brusquement de l'air en supposant le gaz réduit à 1/10 de son volume par compression adiabatique...

$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 686\,K$ $(413°C)$

c'est une température suffisante pour enflammer un morceau d'amadou attaché au piston.

17

1°) $P \cdot V = n \cdot R \cdot T_0$

$n = \frac{m}{M}$

$\boxed{m = \frac{P \cdot V \cdot M}{R \cdot T_0}}$

Pa, m³, g.mol⁻¹, g, K

$(T_0 = \theta_0 + 273{,}15)$ K, °C

$m \simeq 240{,}4\,g$

2°) après 1 cycle :

$\begin{matrix} P_0 \\ V_r \\ T_0 \end{matrix} \xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{transformation}} \begin{matrix} P_1 \\ V_r + V_c \\ T_1 \end{matrix}$

$P_0 \cdot V_r^{\gamma} = P_1 \cdot (V_r + V_c)^{\gamma}$

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{\gamma}}$

$\left(V_c = 50\,cm^3 = 0{,}05\,L\right)$

$P_1 \simeq 99\,965{,}01\,Pa$

3°) après le 2° cycle :

$\begin{matrix} P_1 \\ V_r \\ T_1 \end{matrix} \xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{transformation}} \begin{matrix} P_2 \\ V_r + V_c \\ T_2 \end{matrix}$

$P_1 \cdot V_r^{\gamma} = P_2 \cdot (V_r + V_c)^{\gamma}$

$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{\gamma}$

$\boxed{P_2 = P_0 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{2\gamma}}$

$P_2 \simeq 99\,930{,}03\,Pa$

4°) après le $n^{ème}$ cycle :

$\boxed{P_n = P_0 \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{n \cdot \gamma}}$

5°) $\frac{P_0 \cdot V_r}{T_0} = \frac{P_1 \cdot (V_r + V_c)}{T_1}$

$\boxed{T_1 = T_0 \cdot \frac{P_1}{P_0} \cdot \frac{V_r + V_c}{V_r}}$

$T_2 = T_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_r + V_c}{V_r}$

$T_2 = T_0 \cdot \frac{P_2}{P_0} \cdot \left(\frac{V_r + V_c}{V_r}\right)^2$

$T_1 \simeq 290{,}12\,K$

$T_2 \simeq 290{,}09\,K$

mais il faut connaître la pression.. donc après le $n^{ème}$ cycle :

$\boxed{T_n = T_0 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{n \cdot (\gamma - 1)}}$

autre méthode : pour ne pas utiliser la pression P, trouver une relation entre $T_0, V_r, T_1, (V_r + V_c)$

$\frac{P_0 \cdot V_r}{T_0} = \frac{P_1 \cdot (V_r + V_c)}{T_1}$

$P_0 \cdot V_r^{\gamma} = P_1 \cdot (V_r + V_c)^{\gamma}$

$\frac{P_0}{P_1} = \frac{T_0}{T_1} \cdot \frac{V_r + V_c}{V_r} = \left(\frac{V_r + V_c}{V_r}\right)^{\gamma}$

$\boxed{T_1 = T_0 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{\gamma - 1}}$

$V^{\gamma - 1} \cdot T = \text{constante}$

$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{\gamma - 1}$

$T_2 = T_0 \cdot \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{2(\gamma - 1)}$

...etc.

6°) $\frac{P_n}{P_0} = \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{n \cdot \gamma}$; $\ln \frac{P_n}{P_0} = n \cdot \gamma \cdot \ln \frac{V_r}{V_r + V_c}$

$\boxed{n = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\ln P_n/P_0}{\ln V_r/(V_r + V_c)}}$

$n \simeq 6580$ cycles

$T_{6580} = T_0 \left(\frac{V_r}{V_r + V_c}\right)^{6580(\gamma - 1)}$

$T_{6580} \simeq 150\,K$ (−122°C)

(18)

$P_1 = 1\,bar$
$V_1 = 1\,L$
$T_1 = 300\,K$
état initial.

1) compression isotherme $(T_1 = T_2 = 300K)$

$P_2 = 10 \cdot P_1 = 10\,bar$

a) $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{P_1}{P_2} = 0{,}1\,L$$

b) $W_1 = n\,R\,T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} \simeq 230{,}3\ J$

$$n = \frac{P_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} \simeq 0{,}0401\ mol$$

c) $Q_1 = -W_1 = -230{,}3\ J$

2) refroidissement isochore $(V_3 = V_2 = 0{,}1\,L)$

$P_3 = P_1 = 1\,bar$

a) $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}$

$$T_3 = T_2 \cdot \frac{P_3}{P_2} = 30K$$

b) $Q_v = n \cdot C_v \cdot (T_3 - T_2) = -227\ J = Q_2$

$W_2 = 0$

3) transmission isobare

$P_1 = 1\,bar \quad V_1 = 1\,L \quad T_1 = 300K$
état final

$Q_p = n \cdot C_p \cdot (T_1 - T_3) \simeq 318\ J = Q_3$

$W_3 = -P_1 \cdot (V_1 - V_3) = -90\,J$

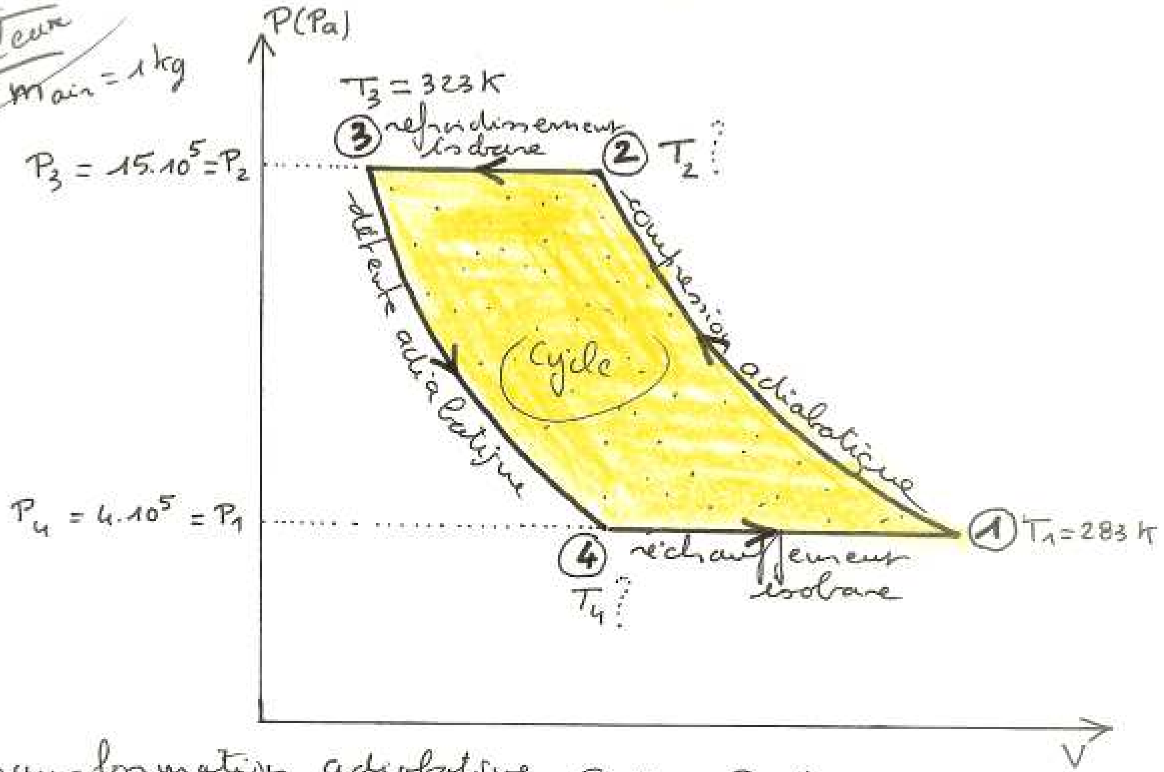
4) $\Delta U_{cycle} = (W_1 + Q_1) + (W_2 + Q_2) + (W_3 + Q_3) \simeq 0$

5) $W(cycle) = \Sigma W = W_1 + W_2 + W_3 = 140{,}3J$

$$P = \frac{3.W}{t} = 420{,}9\,W$$

19 pompe à chaleur

$m_{air} = 1\,kg$



1. transformation adiabatique ① → ②

- $\frac{P_1 . V_1}{T_1} = \frac{P_2 . V_2}{T_2}$
- $P_1 . V_1^{\gamma} = P_2 . V_2^{\gamma}$
- $P_1^{1-\gamma} . T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} . T_2^{\gamma}$
- $V_1^{1-\gamma} . T_1 = V_2^{1-\gamma} . T_2$

au choix

→ $T_2^{\gamma} = T_1^{\gamma} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-\gamma}$

$T_2 \simeq 413\ K$

→ $T_4^{\gamma} = T_3^{\gamma} \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1-\gamma}$

$T_4 \simeq 221\ K$

2. $Q_{12} = 0$ (transformation adiabatique)

$\boxed{Q_{23} = m . c_p . \Delta T} \simeq -90\ kJ$ quantité de chaleur échangée

$Q_{34} = 0$

$Q_{41} = m . c_p . \Delta T \simeq +62\ kJ$

3. premier principe : la variation d'énergie interne ΔU d'un système entre l'état initial (i) et l'état final (f) est égale à $W + Q$ travail et chaleur échangés avec l'extérieur

$\boxed{\Delta U = W + Q}$

→ pour 1 cycle $\Delta U = 0 = \Sigma Q + \Sigma W$

$Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} + W = 0$

$W = -\Sigma Q$ travail échangé

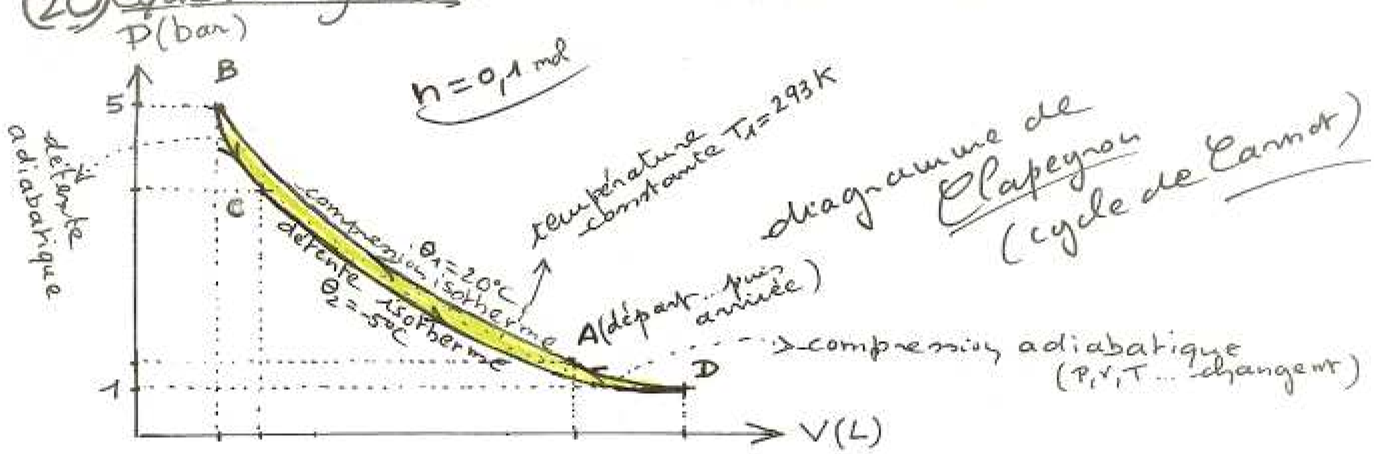
$W = +28\ kJ$

4. 1) $e = \left|\frac{Q}{W_{cycle}}\right| \simeq 3{,}21$ → Q_{23}, quantité de chaleur reçue par l'échangeur

efficacité de la pompe

2) $t = \frac{\text{pertes moyennes} . W . 24 \times 3600}{\text{puissance utile} . |Q_{23}|}$ → 1 journée $\simeq 34\,944\ s$ (9h 42mn 24s)

20) cycle réfrigérant



1) $P_A = 1$ bar, $T_A \simeq 293K$

- $P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$ $\quad V_A = \dfrac{n \cdot R \cdot T_A}{P_A}$ $\quad T_A = 293K$, $P_A = 10^5 Pa$ (1 bar) ... $\underline{V_A \simeq 2{,}435 L}$

- $P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B$ (compression isotherme) $\quad V_B = \dfrac{P_A \cdot V_A}{P_B}$ $\quad P_B = 5 \cdot 10^5 Pa$ (5 bars) $\quad \underline{V_B \simeq 0{,}487 L}$

- $P_B \cdot V_B^{\gamma} = P_C \cdot V_C^{\gamma}$ pour calculer V_C, il faut éliminer P_C que l'on ne connaît pas. donc trouver une relation entre $T_B, T_C, V_B ... V_C$

$\dfrac{P_B \cdot V_B}{T_B} = \dfrac{P_C \cdot V_C}{T_C}$ $\quad \dfrac{P_B}{P_C} = \dfrac{V_C}{V_B} \cdot \dfrac{T_B}{T_C}$

$\dfrac{P_B}{P_C} = \dfrac{V_C^{\gamma}}{V_B^{\gamma}} \Rightarrow \dfrac{V_C^{\gamma}}{V_B^{\gamma}} = \dfrac{V_C}{V_B} \cdot \dfrac{T_B}{T_C} \Rightarrow \left(\dfrac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma - 1} = \dfrac{T_B}{T_C}$ $\quad \underline{V_C \simeq 0{,}633 L}$

- $P_C \cdot V_C = n \cdot R \cdot T_C$ $\quad P_C = \dfrac{n \cdot R \cdot T_C}{V_C}$ ... $\underline{P_C \simeq 3{,}51 \text{ bars}}$

- $\left(\dfrac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma - 1} = \dfrac{T_A}{T_C}$ ... $\underline{V_D \simeq 3{,}16 L}$

- $P_C \cdot V_C = P_D \cdot V_D$ $\quad P_D = \dfrac{P_C \cdot V_C}{V_D}$ $\quad \underline{P_D \simeq 0{,}703 \text{ bars}}$

2) transformation isotherme (AB)

$W_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \ln \dfrac{P_B}{P_A}$ $\quad \underline{W_{AB} \simeq 392 J}$

$Q_{AB} = -W_{AB}$ $\quad \underline{Q_{AB} \simeq -392 J}$

transformation adiabatique BC

$W_{BC} = \dfrac{P_C \cdot V_C - P_B \cdot V_B}{\gamma - 1}$ $\quad \underline{W_{BC} \simeq -62{,}7 J}$

$Q_{BC} = 0$ $\quad \underline{Q_{BC} \simeq 0 J}$

20 suite

transformation isotherme (CD

$$W_{CD} = n \cdot R \cdot T_C \ \ln \frac{P_D}{P_C}$$ $W_{CD} \simeq -358\,J$

$$Q_{CD} = -W_{CD}$$ $Q_{CD} = +358\,J$

transformation adiabatique (DA

$$W_{DA} = \frac{P_A \cdot V_A - P_D \cdot V_D}{\gamma - 1}$$ $W_{DA} \simeq +63\,J$

$$Q_{DA} = 0$$ $Q_{DA} = 0\,J$

3) $Q_{AB} = -392\,J$ chaleur échangée avec la source $\theta_1 = 20°C$ et $Q_{CD} = +358\,J$ chaleur échangée avec la source $\theta_2 = -5°C$

4) $W + Q_{AB} + Q_{CD} = 0$ $W = +34\,J$

W travail apporté par le milieu extérieur

$$W = -(Q_{AB} + Q_{CD})$$

5) efficacité du réfrigérateur $e = \left| \frac{Q_{CD}}{W} \right|$ $e \simeq 10{,}5$

6) $Q = m \cdot c_G \cdot \Delta\theta_G + m \cdot L_F + m \cdot c_E \cdot \Delta\theta_E$ $Q \simeq -388{,}3\,kJ$

21) machine frigorifique

1) $P.V = n.R.T$ — $n = \frac{m}{M}$

$r = n.R = \boxed{\frac{m.R}{M} = r_{air}}$ → $J.kg^{-1}$ — R : constante des gaz parfaits

$M(air) \simeq 29\,kg.m^{-3}$

$r_{air} \simeq 287\,J.kg^{-1}$

2) pour une transformation adiabatique ① → ②

on a le choix

- $\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2}$
- $P_1.V_1^{\gamma} = P_2.V_2^{\gamma}$
- $P_1^{1-\gamma}.T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}.T_2^{\gamma}$
- $V_1^{\gamma-1}.T_1 = V_2^{\gamma-1}.T_2$

compression adiabatique

Ⓐ → Ⓑ

$P_A^{1-\gamma}.T_A^{\gamma} = P_B^{1-\gamma}.T_B^{\gamma}$

T_A : (T_1) 268 K

$T_B^{\gamma} = T_A^{\gamma}\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1-\gamma}$

$T_B \simeq 327\,K$

3)

détente adiabatique

Ⓒ → Ⓓ

$P_C^{1-\gamma}.T_C^{\gamma} = P_D^{1-\gamma}.T_D^{\gamma}$ ...

T_C : (T_2) 293 K

$T_D \simeq 240\,K$

4) • $Q_{cycle} = Q_1 + Q_2$

pendant les transformations adiabatiques $Q = 0$

$m.c_p.(T_1 - T_D) + m.c_p.(T_2 - T_B)$

$\boxed{Q = m.c_p\left((T_1 - T_D) + (T_2 - T_B)\right)}$

$Q_1 \simeq 28.10^3\,J$ $\quad Q_2 \simeq -34.10^3\,J$

$Q \simeq -6.10^3\,J$

. l'air donne de la chaleur au milieu extérieur de la machine frigorifique

. l'air a reçu de la chaleur de la chambre "froide" et cédé de la chaleur à la chambre "chaude"

• $Q_{cycle} + W_{cycle} = 0\,(\Delta U)$

$W_{cycle} \simeq 6.10^3\,J$

5) $\boxed{e = \frac{Q_{utile}}{W_{cycle}}}$ → c'est la quantité de chaleur reçue de la chambre "froide". — Q_{utile} : Q_1

$e \simeq 4{,}7$

6) $\boxed{D_m = \frac{P}{Q_{utile}}}$ — P : $10^3\,W$. — Q_{utile} : $28.10^3\,J.kg^{-1}$

$D_m \simeq 0{,}036\,kg.s^{-1}$

22

$$r = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{280}{700} = 0,6$$

23 $r \simeq 0,07$